**INFORMACIÓN SOBRE LA PAU**

**CURSO 2024/2025**

# MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

## 1. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y SABERES BÁSICOS.

En la materia Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II el 100 % de la calificación de la prueba se obtiene evaluando las competencias específicas, desarrolladas en criterios específicos, y saberes básicos recogidos en el Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (BOE del 6 de abril de 2022) y desarrollados a nivel autonómico en el Decreto 60/2022 , de 30 de agosto, por el que se regula la ordenación y se establece el currículo de Bachillerato en el Principado de Asturias (BOPA del 1 de septiembre de 2022).

En cada ejercicio se considerarán unos saberes básicos y unas competencias específicas de entre las que figuran en la tabla siguiente (los números de las competencias se refieren a las establecidas en el Decreto 60/2022). Los criterios de evaluación aplicables serán los criterios específicos asociados a cada competencia en el Decreto 60/2022.

| | |
|---|---|
| **Ejercicio 1** | |
| Competencias | CE1, CE2, CE3, CE6, CE7 y CE8 |
| Saberes | **Sentido de la medida**: Medición; Cambio. |
| **Ejercicio 2** | |
| Competencias | CE1, CE4, CE5, CE6, CE7 y CE8 |
| Saberes | **Sentido algebraico**: Patrones; Modelo matemático; Relaciones y funciones: Pensamiento computacional. |
| **Ejercicio 3** | |
| Competencias | CE2, CE3, CE4, CE5, CE7 y CE8 |
| Saberes | **Sentido algebraico**: Igualdad y desigualdad.<br>**Sentido numérico**: Sentido de las operaciones; Relaciones. |
| **Ejercicio 4** | |
| Competencias | CE1, CE2, CE3, CE6 y CE8 |
| Saberes | **Sentido estocástico**: Incertidumbre. |
| **Ejercicio 5** | |
| Competencias | CE1, CE2, CE3, CE5, CE6 y CE8 |
| Saberes | **Sentido estocástico**: Distribuciones de probabilidad; Inferencia. |

**2. ESTRUCTURA DE LA PRUEBA, CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN Y MATERIALES NECESARIOS.**

La prueba constará de cinco ejercicios (cada uno de ellos con una puntuación de 2,5 puntos) y el alumnado deberá seleccionar cuatro de ellos. En cada ejercicio, el alumnado deberá elegir una de las dos opciones propuestas. Todos los ejercicios plantearán preguntas **abiertas**.

Los objetivos generales que se pretenden valorar en el examen, en consonancia con los expresados en el Marco Teórico de PISA 2022, son:

- Capacidad de utilizar el pensamiento crítico y la creatividad para modelar problemas de diversos contextos (personal, ocupacional, social, científico, etc.) y expresarlos en lenguaje matemático.
- Capacidad para manejar con soltura los saberes básicos y los procedimientos adecuados para resolver el problema modelado matemáticamente y dar una respuesta adecuada al mismo.
- Capacidad para investigar, interpretar y evaluar el significado de las soluciones matemáticas y comunicarlas de forma efectiva en el contexto de partida del problema.

Las preguntas pueden resolverse por cualquier procedimiento válido. La calificación otorgada a cada pregunta/apartado será expresada, salvo excepciones, en fracciones mínimas de 0,25 puntos y la calificación de la prueba se expresará en una escala de 0 a 10 puntos. Para obtener la puntuación máxima en cada pregunta se deberá **responder razonadamente** a todos sus apartados, **explicando los pasos** seguidos para llegar a cada respuesta.

Además de los materiales generales que se utilizarán en todas las pruebas, para la de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II se recomienda que el alumnado lleve una calculadora. No está permitido el uso de ninguna calculadora que presente alguna de las prestaciones siguientes: posibilidad de trasmitir datos, programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, derivadas e integrales, almacena- miento de datos alfanuméricos.

En particular, las calculadoras que contengan alguna de las teclas que se muestran a continuación no están permitidas. Esas teclas sirven para:

- Resolver integrales u operar con matrices



- Cálculos simbólicos (resolver ecuaciones).


- Representación gráfica. Estas suelen tener, además, pantallas muy grandes

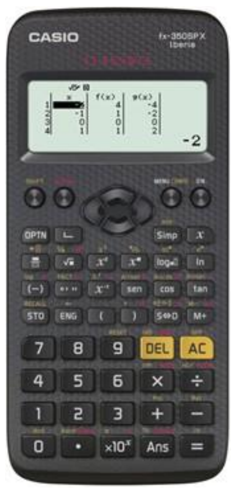

- Programar


Por otro lado, los modelos fx-350SP X y fx-350LA PLUS de Casio no presentan ninguna de las teclas anteriores, pero permiten realizar cálculo matricial, por lo que tampoco están permitidas.

fx-350LA PLUS


fx-95ES PLUS


fx-350SP X




Las indicaciones anteriores **no son exhaustivas**, pero cubren la gran mayoría de las calculadoras no permitidas en la prueba de la EBAU.

**3. MODELO DE EXAMEN**

# MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

- Responda en el pliego en blanco a **una opción** (A o B) de **cuatro** de las cinco preguntas cualesquiera que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2,5 puntos.**
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s)

.

**Pregunta 1**. **Opción A.** Tras ingerir cierta cantidad de alcohol en ayunas, el nivel de etanol en sangre (medido en mg/dl) de una persona se ajusta aproximadamente, durante las 5 horas siguientes a la ingesta, a la función:

$$f(x) = \begin{cases} -60x^2 + 160x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{10}{3}(x^2 - 14x + 48) & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

donde x representa el tiempo (en horas) transcurrido desde la ingesta.

a) Entre las 0 y las 5 horas ¿el nivel de etanol en sangre se comporta de manera continua? ¿En algún momento el nivel de etanol es nulo? ¿El nivel de etanol aumenta siempre en ese intervalo? ¿En qué momento se alcanza el nivel máximo de etanol? ¿Y el nivel mínimo? **(2 puntos)**

b) Si la persona es un conductor novel y el límite de alcohol en sangre permitido a un conductor novel es de 30 mg/dl, ¿podría esta persona conducir 1 hora después de la ingesta? ¿Y a las 5 horas? Razona tu respuesta. **(0.5 puntos)**

**Pregunta 1**. **Opción B**. Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$:

a) Encuentra la primitiva F de f para la que se cumple que pasa por el punto (2,0). (0.5 puntos)

b) Entre los puntos x=0 y x=1 la función f ¿toma siempre valores positivos, siempre negativos o valores tanto positivos como negativos? Si la función toma siempre valores del mismo signo entre x=0 y x=1, calcula el área delimitada por la función f y el eje X en ese intervalo. **(2 puntos)**

**Pregunta 2**. **Opción A**. Observa las siguientes figuras:

1 2 3

a) ¿Cuántos hexágonos rojos y cuántos verdes habrá en la figura número 10? Encuentra una fórmula que permita determinar el número de hexágonos de cada color a partir del número de la figura. **(2 puntos)**

b) ¿Puede existir una figura con 152 hexágonos verdes? En caso afirmativo, ¿qué número de figura sería? Si no es posible, explica por qué. **(0.5 puntos)**

**Pregunta 2**. **Opción B**. Un artesano teje gorros y bufandas. Cada gorro lleva 50 metros de lana de color blanco y 40 m de color negro. Cada bufanda lleva 100 m de color blanco y 100 m de color negro. Dispone de 2200 m de lana de color blanco y 2000 m de color negro y el número de gorros debe ser, a lo sumo, el doble que el de bufandas.

a) Explica cuál de las dos siguientes figuras sirve para representar el conjunto de posibles soluciones de a la pregunta *¿Cuántos gorros y bufandas puede tejer?* ¿Es válido como solución al problema cualquier punto dentro de la región factible? ¿Por qué? **(1 punto)**

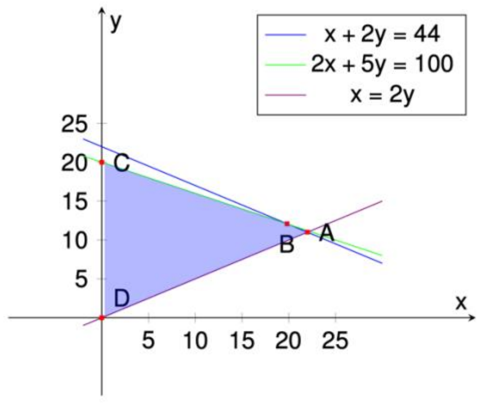



Figura 1: Región factible.

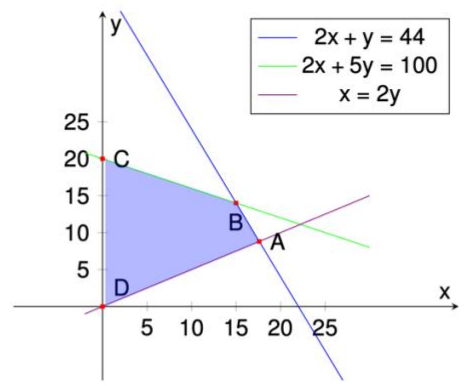



Figura 2: Región factible.

b) ¿Puede tejer 12 gorros y 8 bufandas? Si vende cada gorro a 12 euros y cada bufanda a 18 euros, ¿cuántos gorros y bufandas debe tejer para maximizar los ingresos? **(1.5 puntos)**

**Pregunta 3**. **Opción A**. Dado el sistema: $\begin{cases} (m-1)x + (m-4)y = 6 \\ 2x - y = 2m \end{cases}$

a) Selecciona un valor de m para el que el sistema tenga solución única y encuentra la solución en ese caso. **(1.5 puntos)**

b) Para m=3, ¿pueden ser $(x, y) = (3,0)$ y $(x, y) = (2, -2)$ soluciones de ese sistema? ¿Podría tener otras soluciones para m=3? ¿Cuántas? Explica tu respuesta. **(1 punto)**

**Pregunta 3**. **Opción B**. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -m & m-2 \\ 2m & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2m \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} m & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}.$$

a) Si $\frac{1}{3}(A + B \cdot C) \cdot D = E$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m. **(1.5 puntos)**

b) Encuentra un valor de m para el cual el sistema tenga infinitas soluciones. **(1 punto)**

---

**Pregunta 4**. **Opción A**. Una empresa comercializa cromos de unos dibujos animados. El 60 % de los cromos son de personajes del «Reino Rosa» y el resto de los personajes del «Reino Gris». Por otro lado, uno de cada tres cromos del «Reino Rosa» y uno de cada cinco del «Reino Gris» tienen el borde dorado.

a) Elegido un cromo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga el borde dorado? **(1.25 puntos)**

b) Si se elige al azar un cromo entre los que no tienen el borde dorado, ¿cuál es la probabilidad de que sea del «Reino Rosa»? **(1.25 puntos)**

**Pregunta 4**. **Opción B**. Una marca de bolsos comercializó tres modelos la pasada primavera. El 3 % del total de bolsos fabricados salieron defectuosos. Por otra parte, el 30 % de todos los bolsos fabricados eran de tipo A; el 35 %, de tipo B y el resto, de tipo C. Además, se sabe que el 3 % de los de tipo A y el 5 % de los de tipo C salieron defectuosos.

a) Elegido al azar un bolso entre los de tipo B, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuoso? **(1.25 puntos)**

b) Elegido un bolso al azar entre los defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que sea de tipo B? **(1.25 puntos)**

---

**Pregunta 5. Opción A**. Una fábrica hace un control de calidad para determinar la proporción de tabletas de chocolate que realmente contienen la cantidad de leche que indican en el envoltorio.

a) ¿Cuál debería ser el tamaño muestral mínimo para determinar la verdadera proporción de tabletas con el contenido en leche indicado a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0.05 y un nivel de confianza del 95 %? **(1 punto)**

b) Finalmente, se decidió analizar 300 tabletas. Si la proporción muestral y el nivel de confianza son los mismos, ¿se obtendrá un intervalo más amplio con 300 tabletas o con el número de tabletas obtenido en el apartado anterior? **(1 punto)**

c) Si a partir de la misma muestra de tamaño 300 se quisiera obtener un intervalo de confianza al 99 % de confianza, ¿este último intervalo sería más amplio o menos? ¿Por qué? **(0.5 puntos)**

**Pregunta 5**. **Opción B**. El nivel de cierta hormona en sangre sigue distribución normal con desviación típica 1.2 UI/l. Para una muestra de 200 personas se obtuvo, con un nivel de confianza al 90 %, el intervalo de confianza (8.5608, 8.8392) para estimar el nivel medio de esa hormona en la sangre de las personas en la muestra.

a) ¿Cuál fue el nivel medio de la hormona en la sangre en esas 200 personas? **(1 punto)**

b) En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? **(0.75 puntos)**

c) Uno de los dos intervalos siguientes: (8.5681,8.8319) y (8.5514,8.8486) se obtuvo a partir de la misma muestra al 88 % de confianza. Razona adecuadamente cuál de los dos corresponde al nivel de confianza del 88 %. **(0.75 puntos)**

---

Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1 (en el caso de que el valor buscado no coincida con ninguno, utiliza el más próximo):

F(1.28) = 0.90, F(1.64) = 0.95, F(1.96) = 0.975, F(2.33) = 0.99 y F(2.58) = 0.995.

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $1-\alpha$, para la media de una población con distribución normal de varianza conocida, a partir de una muestra de tamaño n:

$$\left(\overline{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Expresión del intervalo de confianza, al nivel de confianza $1-\alpha$, para la proporción poblacional, a partir de una muestra de tamaño n suficientemente grande (habitualmente se considera $n \geq 100$):

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right)$$

donde $z_{\alpha/2}$ representa el valor que cumple que $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$ para una variable Z con distribución N(0,1), es decir, el valor que cumple que $P(|Z| < z_{\alpha/2}) = P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1-\alpha$

## 4. MODELO DE EXAMEN RESUELTO Y CRITERIOS ESPECIFICOS DE CORRECIÓN

### MODELO DE EXAMEN RESUELTO

**Pregunta 1. Opción A. Sentido de la medida (Medición; Cambio). Competencias específicas: 2, 3, 6 y 7.**

Al tratarse de una función definida a trozos mediante dos polinomios, es evidente que el dominio de definición de f es todo el intervalo [0,5]. En cuanto a la continuidad, la función es continua en cada uno de sus dos intervalos de definición (por ser dos polinomios) y el único posible punto de discontinuidad está en x=2. Observamos que:

- En cuanto al valor de la función: f(2) = 80.
- En cuanto a los límites:

$$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} (-60x^2 + 160x) = 80 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} \frac{10}{3}(x^2 - 14x + 48) = 80.$$

De todo lo anterior se deduce que la función es continua en todo su dominio de definición.

En cuanto a los puntos de corte:

- En el primer trozo se tiene que f(x)=x(–60x+160), que se anula para x=0 y x=8/3. Puesto que este último valor no está en el intervalo [0,2], el único punto de corte con el eje X en este tramo es el (0,0).
- En el segundo trozo, $f(x) = \frac{10}{3}(x^2 - 14x + 48) = \frac{10}{3} \cdot (x-6)(x-8)$. Puesto que 6 y 8 no están en el intervalo (2,5], la función f no corta al eje de abscisas en este trozo.

En consecuencia, el nivel de etanol no se anula en ningún momento entre las 0 y las 5 horas.

Para saber si el nivel de etanol aumenta, debemos estudiar la monotonía de la función:

En el primer intervalo, $f'(x) = -120x + 160$ , con lo que la función f tiene un extremo relativo en $x = \frac{4}{3}$ . Además, $f'(x) > 0$ para $x < \frac{4}{3}$ , por lo que es creciente en el intervalo $[0, \frac{4}{3})$, y $f'(x) < 0$ para $x > \frac{4}{3}$ , por lo que es decreciente en $\left(\frac{4}{3}, 2\right]$ .

En el segundo intervalo, $f'(x) = \frac{10}{3}(2x - 14)$ , de modo que $f'(x) < 0$ en ese intervalo, con lo que f es decreciente en el intervalo (2,5]. Por tanto, el nivel de etanol aumenta hasta x=4/3 (los primeros 80 minutos) y disminuye entre 4/3 y 5 horas y, en consecuencia, no aumenta siempre en el intervalo entre 0 y 5 horas.

A partir del análisis de la monotonía, se deduce que el nivel máximo se alcanza, por tanto, a los 80 minutos de la ingesta y el mínimo en el preciso momento de la ingesta.

b) Evaluamos la función en el punto x=1, $f(1) = -60 + 160 = 100$ mg/dl. Por lo que esa persona no podría conducir una hora después de la ingesta. En cambio, $f(5) = \frac{10}{3}(5^2 - 14 \cdot 5 + 48) = 10$ mg/dl, de modo que a las 5 horas el nivel está por debajo de 30 mg/dl y, por tanto, sí podría conducir a las 5 horas.

**Pregunta 1**. **Opción B**. **Sentido de la medida (Medición; Cambio).**

a) Puesto que $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$, entonces $F(x) = \int f(x)dx = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + C$. Por otro lado, como se indica que F(2) = 0, se tiene que $F(2) = \frac{2^4}{4} - \frac{2^4}{3} - \frac{12}{2} + C = -\frac{22}{3} + C$, con lo que $C = \frac{22}{3}$ y, por tanto, la primitiva buscada es $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{22}{3}$.

b) La función f corta al eje de ordenadas en el punto (0, f(0)), es decir, en (0,0). Además, como $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x = x(x+1)(x-3) = 0$ se da si y solo si $x = 0$ o $x = -1$ o $x = 3$, entonces f también corta el eje de abscisas en los puntos (–1,0) y (3,0).

Una posible respuesta al signo de la función entre 0 y 1 pasa por, razonadamente, argumentar que si la función se anula en 0 y no vuelve a anularse hasta 3, como es una función continua (porque es polinómica) entonces tiene el mismo signo en el intervalo (0,3). Evaluando, por ejemplo, en x=1, se obtiene que f(1)= 1–2–3 = –4 <0. En consecuencia, la función es siempre negativa en el intervalo (0,1).
Alternativamente, también es posible plantear un estudio más meticuloso que pase por estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función. Para ello, vamos a comenzar calculando los puntos críticos. Para ello,

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}.$$

Puesto que $f''(x) = 6x - 4$, se tiene que $f''\left(\frac{2-\sqrt{13}}{3}\right) < 0$, de modo que $x = \frac{2-\sqrt{13}}{3} \approx -0.5352$ es un máximo relativo y $f\left(\frac{2-\sqrt{13}}{3}\right) \approx 0.8794$. En cuanto al otro punto donde se anula la derivada primera, $f''\left(\frac{2+\sqrt{13}}{3}\right) > 0$, por lo que $x = \frac{2+\sqrt{13}}{3} \approx 1.869$ es un mínimo relativo y $f\left(\frac{2+\sqrt{13}}{3}\right) \approx -6.065$.

Estudiando en detalle la segunda derivada, $f''(x) = 0$ para $x = \frac{2}{3}$ y $f\left(\frac{2}{3}\right) \approx -2.5926$. Además, f''(x) <0 para $x < \frac{2}{3}$, de modo que la función es cóncava hacia abajo (∩) para $x \in \left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ y f''(x) >0 para $x > \frac{2}{3}$, de modo que la función es cóncava hacia arriba (U) para $x \in \left(\frac{2}{3}, \infty\right)$.

De todo lo anterior se deduce que entre 0 y 1 la función es siempre negativa.

El área limitada por la curva f y el eje X entre x=0 y x=1, teniendo en cuenta la expresión obtenida para F en el apartado anterior, es igual a:

$$-\int_0^1 f(x)dx = F(0) - F(1) = \frac{22}{3} - \frac{65}{12} = \frac{23}{12} \approx 6.4167$$

**Pregunta 2. Opción A. Sentido algebraico (Patrones; Relaciones y funciones; Pensamiento computacional). Competencias específicas: 1, 4, 5, 7 y 8.**

a) Es posible determinar el número de hexágonos de cada color en la figura número 10 incluso sin llegar a razonar la fórmula general. Se pueden contar los hexágonos rojos y verdes, y advertir la regularidad geométricamente o a través de una tabla (incremento de cuatro hexágonos verdes en cada figura):

| n.º hexágonos rojos = n.º figura | n.º hexágonos verdes | Incremento en n.º hexágonos verdes respecto a figura anterior |
|---|---|---|
| 1 | 6 | |
| 2 | 10 | +4 |
| 3 | 14 | +4 |
| 4 | 18 | +4 |
| … | … | … |
| 10 | 42 | |

Como se observa, alrededor de cada hexágono rojo hay 6 hexágonos verdes. Si se multiplica por 6 el número de hexágonos rojos, estaríamos contando dos veces los 2 hexágonos verdes que son adyacentes, al mismo tiempo, a dos hexágonos rojos. Estos 2 hexágonos verdes aparecen entre cada dos rojos, por lo que una forma posible de contar que nos lleva a la siguiente fórmula general (que puede ser expresada literal o algebraicamente) sería:

n.º hexágonos verdes = 6 (n.º hexágonos rojos) – 2 (n.º hexágonos rojos – 1)

= 4 (n.º hexágonos rojos) + 2

No obstante, existen múltiples formas de llegar tanto al número de hexágonos verdes en la figura 10 como a una expresión general que relacione el número de hexágonos de cada color.

b) Si hubiera una figura con 152 hexágonos verdes, debería responder a la fórmula general, es decir, debería existir una *n* tal que:

$$152 = 4n+2$$

Es decir, *n* sería 150/4=37.5. Obviamente, esta solución no es posible porque *n* tiene que ser un número entero, por lo que no existiría tal figura.

**Pregunta 2. Opción B. Sentido algebraico (Modelo matemático; Relaciones y funciones). Competencias específicas: 1, 6, 7 y 8.**

a) Si representamos por x e y el número de gorros y bufandas, respectivamente, las condiciones impuestas llevan a formar el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{aligned} 50\,x\ +\ 100\,y\ &\leq 2200 \\ 40\,x\ +\ 100\,y\ &\leq 2000 \\ x\ &\leq 2y \\ x, y\ &\geq\ 0 \end{aligned}$$

Equivalentemente,

$$\begin{aligned} x\ +\ 2y\ &\leq 44 \\ 2\,x\ +\ 5\,y\ &\leq 100 \\ x\ &\leq 2y \\ x, y\ &\geq\ 0 \end{aligned}$$

Los puntos que cumplen todas estas restricciones son todos los pares de números enteros dentro del recinto sombreado de la figura de la izquierda. Por tanto, la figura correcta es la 1, la de la izquierda. Dado que los puntos formados por componentes enteras que se encuentran dentro de la región sombreada (región factible) son los que cumplen las cuatro inecuaciones, cualquiera de ellos es válido como solución del problema.

b) Sí se podrían hacer 12 gorros y 8 bufandas puesto que el punto (12,8) pertenece a la región factible. Dicho de otro modo, satisface todas las inecuaciones planteadas.

Por otro lado, la función de ingresos es z(x,y)=12x+18y. Así, como queremos maximizar la función objetivo z sujeta a las restricciones anteriores, los máximos se encontrarán necesariamente en uno de los valores extremos de la región factible, que, en este caso, son:

$$z(A) = 12 \cdot 22 + 18 \cdot 11 = 462 \text{ euros}$$
$$z(B) = 12 \cdot 20 + 18 \cdot 12 = 456 \text{ euros}$$
$$z(C) = 12 \cdot 0 + 18 \cdot 20 = 360 \text{ euros}$$
$$z(D) = 12 \cdot 0 + 18 \cdot 0 = 0 \text{ euros}$$

por lo que los ingresos máximos se alcanzan si se hacen 22 gorros y 11 bufandas. En ese caso, los ingresos son 462 euros.

**Pregunta 3. Opción A. Sentido algebraico (Igualdad y desigualdad; Sentido de las operaciones). Competencias específicas: 2, 3, 5 y 8.**

a) Para seleccionar el valor m que cumple las condiciones pedidas necesitamos, en este caso, identificar cuándo el sistema es compatible y determinado. Para ello se puede aplicar, por ejemplo, el método de Gauss (u otro alternativo, como la regla de Cramer). Aplicando Gauss:

$$\left(\begin{array}{cc|c} m-1 & m-4 & 6 \\ 2 & -1 & 2m \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 2m \\ m-1 & m-4 & 6 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 2m \\ 0 & 3m-9 & -2m^2+2m+12 \end{array}\right)$$

Como 3m–9=0 se cumple si y solo si m=3, se tiene que:

- Si m=3, la última fila es $(0 \quad 0 \mid 0)$ con lo que el sistema es compatible indeterminado.
- En otro caso, si m≠3, el sistema es compatible y determinado.

Así pues, cualquier valor de m≠3 garantiza que el sistema tiene una solución única. Si tomamos, por ejemplo, m=0 se obtiene:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 0 \\ 0 & -9 & 12 \end{array}\right)$$

El sistema queda como

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ -9y = 12 \end{cases}$$

Resolviéndolo:

$$\begin{cases} y = \dfrac{-4}{3} \\ x = \dfrac{y}{2} = \dfrac{-2}{3} \end{cases}$$

De modo que, para m=0 la solución es $x = \frac{-2}{3}$, $y = \frac{-4}{3}$.

b) Para m=3, como el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones. Con m=3, se tiene que:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 2 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Por lo que el sistema se convierte en la ecuación 2x–y=6. El punto (3,0) la verifica y también lo hace el punto (2, –2). Así que ambos son soluciones del sistema para m=3.

Como el sistema es compatible indeterminado, sí tiene más soluciones para m=3, de hecho, tiene infinitas soluciones.

**Pregunta 3. Opción B. Sentido algebraico (Igualdad y desigualdad; Sentido de las operaciones; Relaciones). Competencias específicas: 2, 3, 5 y 7.**

a) Puesto que:

$$B \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2m \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m+1 & 2 \\ -m & 2 \end{pmatrix}$$

Entonces:

$$A + B \cdot C = \begin{pmatrix} -m & m-2 \\ 2m & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m+1 & 2 \\ -m & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & 4 \end{pmatrix}$$

con lo que:

$$\frac{1}{3} \cdot (A + B \cdot C) \cdot D = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} x & + & my \\ mx & + & 4y \end{pmatrix}$$

La expresión $\frac{1}{3} \cdot (A + B \cdot C) \cdot D = E$ equivale a $(A + B \cdot C) \cdot D = 3E$, de modo que el sistema se puede escribir como:

$$\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = 3m \end{cases}$$

b) Para encontrar un valor de m que haga que el sistema tenga infinitas soluciones, debemos encontrar un valor m que lo haga compatible indeterminado. Usando, por ejemplo, por Gauss:

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & m & 3 \\ m & 4 & 3m \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 1 & m & 3 \\ 0 & 4-m^2 & 0 \end{array}\right)$$

Como $4 - m^2 = 0$ si y solo si m=±2, se tiene que si m=±2, la última fila es $(0 \quad 0 \mid 0)$ con lo que el sistema es compatible indeterminado. Por lo tanto, cualquiera de los valores m=2 y m=–2 hacen que el sistema tenga infinitas soluciones.

**Pregunta 4. Opción A. Sentido estocástico (Incertidumbre). Competencias específicas: 1, 2, 6 y 8.**

Si denotamos por R el suceso *cromo del Reino Rosa* y por D el suceso *cromo dorado*, podemos representar la información del enunciado en términos de probabilidades de la siguiente forma:

$$P(R) = 0.6$$
$$P(D/R) = 1/3$$
$$P(D/\overline{R}) = 0.2$$

Por lo tanto, podemos determinar las probabilidades pedidas de la siguiente forma:

a) $P(D) = P(R) \cdot P(D/R) + P(\bar{R})\ ) \cdot P(D/\bar{R})$ $=0.6 \cdot 1/3 + 0.4 \cdot 0.2 = 0.28$

b) $P(R/\overline{D}) = \frac{P(R \cap \overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{P(R) \cdot P(\overline{D}/R)}{P(\overline{D})} = \frac{0.6 \cdot 2/3}{0.72} = 0.556$

Donde $P(\overline{D})$ se obtiene a partir de $P(D)$ que se obtuvo en el apartado anterior: $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0.28 = 0.72$.

También es válido representar la información del ejercicio, por ejemplo, construyendo una tabla de contingencia (o un diagrama de árbol). Así, mediante una tabla, podemos establecer una representación proporcional de la situación:

| | $R$ | $\overline{R}$ | |
|---|---|---|---|
| $D$ | 20 | 8 | 28 |
| $\overline{D}$ | 40 | 32 | 72 |
| | 60 | 40 | 100 |

**Pregunta 4**. **Opción B**. **Sentido estocástico (Incertidumbre). Competencias específicas: 1, 2, 6 y 8.**

Si denotamos por A, B y C los sucesos *bolso de tipo A*, *bolso de tipo B* y *bolso de tipo C* respectivamente, y denotamos por D el suceso *bolso defectuoso*, la información del enunciado en términos de probabilidad se puede escribir como:

$$P(D) = 0.03$$
$$P(A) = 0.3P(D/A) = 0.03$$
$$P(B) = 0.35$$
$$P(C) = 0.35P(D/C) = 0.05$$

a) La probabilidad que se pide es P(D/B). Para calcularla se puede usar el teorema de la probabilidad total:

$$P(D) = P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C)$$

Sustituyendo, 0.03 = 0.3 · 0.03 + 0.35 · P(D/B) + 0.35 · 0.05 y, despejando, se llega a:

$$P(D/B) = \frac{0.03 - 0.009 - 0.0175}{0.35} = 0.01$$

b) La probabilidad pedida es:

$$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B)P(D/B)}{P(D)} = \frac{0.35 \cdot 0.01}{0.03} \approx 0.1167$$

También es válido representar la información del ejercicio, por ejemplo, construyendo una tabla de contingencia (o un diagrama de árbol). Así, mediante una tabla, podemos establecer una representación proporcional de la situación:

| | A | B | C | |
|---|---|---|---|---|
| D | 0.009 | 0.0035 | 0.0175 | 0.03 |
| $\overline{D}$ | 0.291 | 0.3465 | 0.3325 | 0.97 |
| | 0.3 | 0.35 | 0.35 | 1 |

**Pregunta 5. Opción A. Sentido estocástico (Distribuciones de probabilidad; Inferencia). Competencias específicas: 1, 2, 3, 6 y 8.**

a) Al estimar la proporción poblacional, a partir de la expresión del intervalo que se proporciona en el enunciado, se puede deducir que el mínimo tamaño que ha de tener la muestra para verificar estas condiciones es:

$$n \geq \left( z_{\alpha/2} \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\varepsilon} \right)^2$$

Donde:

- $\varepsilon$ representa el error de estimación, en este caso, $\varepsilon \leq 0.05$,
- $p$ representa la proporción poblacional, que es un valor desconocido. Al no conocer el valor de $p$ y no poder estimarlo, puesto que aún no tenemos una muestra, se considera el caso más desfavorable posible, es decir, el valor que maximiza la desviación típica, que es $p = 0.5$
- $z_{\alpha/2}$ representa el valor que cumple P(|Z|)<$z_{\alpha/2}$=P($-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}$)=1–α=0.95 para una variable Z con distribución N(0,1) o lo que es lo mismo, el valor que cumple que P( Z < $z_{\alpha/2}$) = F($z_{\alpha/2}$)=0.975, con lo que $z_{\alpha/2=1.96}$.

De todo lo anterior se deduce que

$$n \geq \left( 1.96 \frac{\sqrt{0.5 \cdot (1-0.5)}}{0.05} \right)^2 = 384.16$$

Así, el tamaño mínimo muestral con el que podemos asegurar que se cumplen las condiciones es de 385 tabletas.

b) La amplitud del intervalo es el doble del error de estimación, es decir, $2 \cdot z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$. Cuando el valor de n disminuye, el error de estimación aumenta (puesto que n aparece en el denominador).

En este caso, si se analizaron 300 tabletas, se analizaron menos de las que se indica en el apartado anterior, 385. Por tanto, la amplitud del intervalo resultante de analizar 300 tabletas debe ser mayor que la amplitud del intervalo resultante de analizar 385.

c) A mayor nivel de confianza, mayor valor de $z_{\alpha/2}$ y, puesto que la amplitud del intervalo es directamente proporcional a $z_{\alpha/2}$ (como se puede ver en la fórmula usada en el apartado anterior), también será mayor la amplitud del intervalo cuando se aumenta el nivel de confianza.

**Pregunta 5**. **Opción B**. **Sentido estocástico (Distribuciones de probabilidad; Inferencia). Competencias específicas: 1, 2, 3, 6 y 8.**

Si denotamos por X la variable aleatoria *nivel de la hormona en sangre*, sabemos que dicha variable sigue una distribución normal de media desconocida μ y desviación típica σ = 1.2 UI/l, es decir, X → N(μ, 1.2).

a) Si la muestra fue de 200 personas, se tiene n=200. Además, puesto que el nivel de confianza es del 90 %, el valor $z_{\alpha/2}$=1.64. De esta forma, se tiene la igualdad

$$(8.5608,8.8392) = \left(\bar{x} - 1.64\frac{1.2}{\sqrt{200}}, \bar{x} + 1.64\frac{1.2}{\sqrt{200}}\right)$$

En particular, $8.5608 = \bar{\boldsymbol{x}} - 1.64\frac{1.2}{\sqrt{200}}$, de donde se puede despejar $\bar{\boldsymbol{x}} = 8.7$ UI/l.

Otra forma más rápida de responder a este apartado sería indicar que la media muestral es el punto medio del intervalo de confianza. El punto medio del intervalo $(8.5608,8.8392)$ es:

$$\bar{x} = \frac{8.8392 + 8.5608}{2} = 8.7\ UI/l$$

b) El error de estimación es la semiamplitud del intervalo, es decir,

$$\varepsilon = \frac{8.839 - 8.5608}{2} = 0.1392$$

c) El intervalo del apartado a) se obtuvo al 90 % de confianza, un intervalo al 88 % de confianza, es decir, de menor confianza, debe tener menor amplitud puesto que la amplitud es proporcional al valor $z_{\alpha/2}$ y este valor proporcional al nivel de confianza. La amplitud del intervalo del apartado a) es 0.2784. Para los dos intervalos proporcionados, las amplitudes son 0.2638 y 0.2978, respectivamente. Por tanto, el intervalo construido al 88 % de confianza debe ser el primero, (8.5681,8.8319), porque es el que tiene menor amplitud que el del apartado a).

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**

**Pregunta 1. Opción A. Sentido de la medida (Medición; Cambio). Competencias específicas: 2, 3, 6 y 7.**

**CALIFICACIÓN** máxima otorgada: 2 puntos el primer apartado y 0.5 puntos el segundo. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección:

a) Responder correcta y justificadamente a las tres primeras preguntas: 0.5 puntos por cada pregunta, a las dos últimas preguntas: 0.25 por cada pregunta.

b) Responder correcta y justificadamente a cada pregunta: 0.25 por cada pregunta.

**Pregunta 1. Opción B. Sentido de la medida (Medición; Cambio).**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 0.5 puntos el primer apartado y 2 puntos el segundo. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección:

a) 0.25 por el cálculo de la integral y 0.25 por obtener la constante y dar la expresión final de la primitiva.

b) Responder correcta y justificadamente la primera pregunta, 1 punto. Calcular el área en ese intervalo: 1 punto.

**Pregunta 2. Opción A. Sentido algebraico (Patrones; Relaciones y funciones; Pensamiento computacional). Competencias específicas: 1, 4, 5, 7 y 8.**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 2 puntos el primer apartado y 0.5 puntos el segundo. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección:

a) Encontrar el patrón de manera justificada, 1 punto. Determinar una fórmula para el patrón, 1 punto (si se obtiene directamente la fórmula y se responde a la primera pregunta, 2 puntos).

b) Responder correcta y justificadamente a la pregunta, determinando el número de figura, 0.5 puntos.

**Pregunta 2. Opción B. Sentido algebraico (Modelo matemático; Relaciones y funciones). Competencias específicas: 1, 6, 7 y 8.**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1 punto el primer apartado y 1.5 puntos el segundo. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección:

a) Razonar justificadamente qué representación es correcta: 0.5 puntos. Responder a las cuestiones: 0.5 puntos

b) Responder correcta y justificadamente a la primera pregunta: 0.5; a la segunda pregunta: 1.

**Pregunta 3. Opción A. Sentido algebraico (Igualdad y desigualdad; Sentido de las operaciones). Competencias específicas: 2, 3, 5 y 8.**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.5 puntos el primer apartado y 1 punto el segundo. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección:

a) Determinar un valor de m válido: 1 punto. Determinar la solución en ese caso: 0.5 puntos.

b) Responder correcta y justificadamente a cada pregunta: 0.5 puntos por cada pregunta.

**Pregunta 3. Opción B. Sentido algebraico (Igualdad y desigualdad; Sentido de las operaciones; Relaciones). Competencias específicas: 2, 3, 5 y 7.**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.5 puntos el primer apartado y 1 punto el segundo. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección:

a) Calcular correctamente las operaciones con las matrices: 0.75 puntos. Plantear correctamente el sistema: 0.75 puntos.

b) Determinar un valor de m válido: 1 punto.

**Pregunta 4. Opción A. Sentido estocástico (Incertidumbre). Competencias específicas: 1, 2, 6 y 8.**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.25 puntos el primer apartado y 1.25 puntos el segundo. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección: Si la determinación inicial de las probabilidades sirve en común para los apartados a y b, se cuenta 1 punto por esta determinación conjunta y 0.75 puntos por la resolución correcta de cada apartado. Si se razona cada apartado por separado, sin un planteamiento común:

a) Obtener de manera razonada la probabilidad: 1.25 puntos.

b) Obtener de manera razonada la probabilidad: 1.25 puntos.

**Pregunta 4. Opción B. Sentido estocástico (Incertidumbre). Competencias específicas: 1, 2, 6 y 8.**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1.25 puntos el primer apartado y 1.25s punto el segundo. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección: Si la determinación inicial de las probabilidades sirve en común para los apartados a y b, se cuenta 1 punto por esta determinación conjunta y 0.75 puntos por la resolución correcta de cada apartado. Si se razona cada apartado por separado, sin un planteamiento común:

a) Obtener de manera razonada la probabilidad: 1.25 puntos.

b) Obtener de manera razonada la probabilidad: 1.25 puntos.

**Pregunta 5**. **Opción A**. **Sentido estocástico (Distribuciones de probabilidad; Inferencia). Competencias específicas: 1, 2, 3, 6 y 8.**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1 punto el primer apartado, 1 punto el segundo y 0.5 el tercero. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección: Responder correcta y justificadamente a cada apartado otorga la puntuación correspondiente.

**Pregunta 5**. **Opción B**. **Sentido estocástico (Distribuciones de probabilidad; Inferencia). Competencias específicas: 1, 2, 3, 6 y 8.**

CALIFICACIÓN máxima otorgada: 1 punto el primer apartado y 0.75 puntos el segundo y 0.75 el tercero. Máximo 2.5 puntos.

CRITERIOS ESPECÍFICOS de corrección: Responder correcta y justificadamente a cada apartado otorga la puntuación correspondiente.