INFORMACIÓN SOBRE LA PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

CURSO 2024/2025

MATEMÁTICAS

1. TEMARIO: CONTENIDOS Y BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

CONTENIDOS

1. Matemáticas elementales[1]

Proporcionalidad, reglas de tres, divisibilidad, potencias y radicales, el número *e*, áreas y volúmenes sencillos. Problemas resolubles por estos métodos de cálculo. Operaciones elementales con polinomios. Cálculo de raíces enteras de un polinomio de grado máximo cuatro y factorización por la regla de Ruffini. Resolución de ecuaciones de primer y segundo grado.

2. Matrices y determinantes

Concepto de matriz. Operaciones con matrices: suma, producto por escalares, producto (conocer la no conmutatividad). Determinantes. Cálculo de determinantes de matrices cuadradas de segundo y tercer orden. Definición de matriz inversa.

3. Sistemas de ecuaciones

Clasificación de sistemas de ecuaciones lineales según el número de soluciones. Resolución: método de Gauss. Planteamiento de problemas sencillos resolubles por medio de sistemas.

4. Trigonometría plana

Proporcionalidad geométrica. Teorema de Thales. Semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras. Razones trigonométricas; relaciones fundamentales. Razones de ángulos notables. Resolución de triángulos rectángulos: determinar un triángulo rectángulo a partir de ciertos datos. Aplicación de la Trigonometría a problemas geométricos sencillos.

5. Geometría analítica del plano

Ecuaciones de la recta en el plano paramétrica, implícita y de punto-pendiente. Posiciones relativas (incidencia y paralelismo). Obtención de las rectas paralelas y perpendiculares a una recta dada.

[1] Este tema no será objeto de examen, pero su conocimiento es necesario para el desarrollo del resto de temas de la asignatura.

C/ González Besada, nº 13
33007 Oviedo
T. 985 10 40 90 | 91 |92 Fax: 985 10 35 73
vice.estudiantes@uniovi.es
www.uniovi.es

Distancia entre dos puntos, de un punto a una recta y entre dos rectas. Vectores en el plano: suma, producto de un vector por un escalar. Combinación lineal, independencia lineal y base. Módulo, producto escalar, ángulo entre dos vectores, vectores ortogonales.

6. Límites y continuidad de funciones

Funciones: dominio e imagen. Operaciones con funciones (suma, producto, cociente, composición). Noción de límite de una función en un punto. Infinitésimos e infinitos. Límites de funciones elementales: polinómicas, trigonométricas, exponencial y logarítmica. Resolución de las indeterminaciones habituales para la suma, el producto y el cociente. Funciones continuas en un punto y en un intervalo. Discontinuidades. Estudio de la continuidad de funciones elementales (polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas) y las que se obtienen por composición de éstas. Funciones definidas a trozos.

7. Derivación

Concepto de derivada e interpretación geométrica: Estudio de la derivabilidad de una función en un punto. Interpretación geométrica de la derivada en un punto: determinación de la recta tangente a una curva. Concepto de función derivada. Relación entre continuidad y derivabilidad. Derivadas de las funciones elementales. Derivadas de suma, producto y cociente de funciones. Regla de la cadena.

8. Aplicaciones de las derivadas

La regla de L´Hôpital y su aplicación. Estudio del crecimiento y decrecimiento de una función. Máximos y mínimos relativos. Representación de las funciones elementales estudiadas. Representación de funciones elementales estudiadas. Representación gráfica de funciones cualesquiera tras el estudio del dominio, cortes con los ejes, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento.

9. Cálculo integral

Noción de primitiva. Primitivas de funciones elementales. Integración por partes y por cambio de variable. Concepto de integral definida y su relación con el de primitiva mediante la regla de Barrow. Cálculo mediante integrales definidas del área comprendida entre gráficas de funciones y ejes.

BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

Cualquier texto de Matemáticas I (1º Bachillerato) y Matemáticas II (2º Bachillerato).

Manual de Matemáticas. Pruebas de acceso a la Universidad para mayores de 25. S. Díaz y S. Domínguez. Universidad de Oviedo. Servicio de Publicaciones.

2. ESTRUCTURA DE LA PRUEBA

El examen consta de tres preguntas con varios apartados.

C/ González Besada, nº 13
33007 Oviedo

T. 985 10 40 90 | 91 |92 Fax: 985 10 35 73
vice.estudiantes@uniovi.es
www.uniovi.es

3. MATERIALES PERMITIDOS PARA RESOLVER LA PRUEBA

Es recomendable traer calculadora, regla y compás. Los dibujos podrán ser hechos a lápiz.

Se permite utilizar calculadora siempre que no presente ninguna de las siguientes prestaciones: posibilidad de transmitir datos, programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, derivadas e integrales, almacenamiento de datos alfanuméricos.

4. OBJETIVOS DE LA PRUEBA Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

El objetivo de la prueba es comprobar que el alumno tiene suficientes habilidades y conocimientos matemáticos para afrontar un grado de las ramas de Ciencias o Ingeniería y Arquitectura.

Las preguntas cubrirán la mayor variedad de contenidos del temario, de modo que la prueba sea un indicador lo más realista posible de las habilidades y los conocimientos matemáticos del estudiante.

Para que un ejercicio reciba la puntuación completa, debe estar correctamente planteado y se deben indicar los pasos seguidos para llegar al resultado final. En general, no se valorarán aquellas respuestas que no estén debidamente justificadas.

5. MODELO DE EXAMEN Y CRITERIOS ESPECIFICOS DE CORRECCIÓN[2]

EXAMEN

1. [3 puntos] En un tubo de ensayo mezclamos x gramos de bacterias de la cepa I, y gramos bacterias de la cepa II y z gramos bacterias de la cepa III. Disponemos de tres tipos de alimentos A, B y C para las bacterias. Se sabe que cada gramo de la bacteria de la cepa I consume 0,4g de A, 0,3g de B y 0,3g de C; cada gramo de la bacteria de la cepa II consume 0,3g de A y 0,4g de B; finalmente cada gramo de la bacteria de la cepa III consume 0,3g de A y 0,7g de C.

Cuando llegamos al laboratorio, vemos anotado en el cuaderno correspondiente a este experimento que en el tubo de ensayo se han introducido 64g de A, 50g de B y 51g de C. Suponiendo que ese es el alimento exacto para alimentar a todas las bacterias, ¿cuántos gramos de cada cepa había en el tubo?

2. a) [1 punto] Calcule la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos P(-1; 2) y Q(3; 8).

b) [2 puntos] Calcule el ángulo comprendido entre las rectas r y s dadas respectivamente por

[2] La prueba contendrá dos propuestas similares de examen (opción A y opción B), debiendo elegirse una de ellas, que deberá ser resuelta en su totalidad. En este apartado se muestra, a modo de ejemplo, una de las opciones. Se pueden consultar exámenes y criterios específicos de corrección de cursos anteriores en la web de la Universidad de Oviedo (www.uniovi.es).

C/ González Besada, nº 13
33007 Oviedo

T. 985 10 40 90 | 91 |92 Fax: 985 10 35 73
vice.estudiantes@uniovi.es
www.uniovi.es

$$r: 4x + 3y = 1 \quad s: \begin{cases} 7+8t \\ 2+6t \end{cases}, t \in R$$

3. Sea f(x) = x^3 - 3x + 2.

a) [0,5 puntos] Indique el dominio de f y encuentre los puntos de corte con los ejes.
b) [1,5 puntos] ¿Es f una función continua en todo R? Estudie sus asíntotas y su comportamiento en el infinito.
c) [1,5 puntos] Calcule f´(x) y f´´(x). Indique los intervalos de crecimiento y decrecimiento y máximos y mínimos relativos.
d) [0,5 puntos] Con la información de los apartados anteriores, esboce la gráfica de la curva y = f(x).

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CALIFICACIÓN

1. Como hay x gramos de bacterias de la cepa I y cada gramo de esta cepa consume 0,4g de A, en total las bacterias de la cepa I consumen 0,4x gramos de A. Con el mismo razonamiento, las bacterias de la cepa II consumen 0,3y gramos de A y finalmente las bacterias de la cepa III consumen 0,3z gramos de A. En total, entre todas las bacterias consumen 0,4x+0,3y+0,3z gramos de A. Como sabemos que hay 64g de A y que el alimento cubre exactamente todas las necesidades de las bacterias, se tiene la ecuación

$$0{,}4x + 0{,}3y + 0{,}3z = 64$$

Razonando de la misma forma para los alimentos B y C, se obtiene el siguiente sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$0{,}4x + 0{,}3y + 0{,}3z = 64$$

$$0{,}3x + 0{,}4y = 50$$

$$0{,}3x + 0{,}7z = 51$$

Hasta 1 punto por el planteamiento.

Resolvemos. Sustituyendo la tercera ecuación (E3) por (E3)-(E2)

$$0{,}4x + 0{,}3y + 0{,}3z = 64$$

$$0{,}3x + 0{,}4y = 50$$

$$-0{,}4y + 0{,}7z = 1$$

Sustituyendo (E2) por 4.(E2)-3.(E1)

$$0{,}4x + 0{,}3y + 0{,}3z = 64$$

C/ González Besada, nº 13
33007 Oviedo
T. 985 10 40 90 | 91 |92 Fax: 985 10 35 73
vice.estudiantes@uniovi.es
www.uniovi.es

$$0{,}7y - 0{,}9z = 8$$

$$-0{,}4y + 0{,}7z = 1$$

Sustituimos (E3) por 7.(E3)+4.(E2)

$$0{,}4x + 0{,}3y + 0{,}3z = 64$$

$$0{,}7y - 0{,}9z = 8$$

$$+ 1{,}3z = 39$$

De la última ecuación se obtiene z = 39/1,3 = 30. Usando este valor en la ecuación 0,7y – 0,9z = 8 se tiene y = (8+0,9x30)/0,7 = 35/0,7 = 50. Finalmente, usando este valor en la ecuación original 0,3x + 0,4y = 50, se obtiene x = (50 – 0,4 x 50)/0,3 = 30/0,3 = 100.

Luego hay 100g de bacterias de la cepa **I**, 30g de bacterias de la cepa **II** y 50g de bacterias de la cepa **III**.

Hasta 2 puntos por la resolución.

2. a) Una posible forma de calcular la ecuación de la recta es con la fórmula

$$\frac{y-2}{8-2} = \frac{x+1}{3+1}$$

Despejando y se obtiene y = 1,5(x + 1) + 2, y simplificando se obtiene la ecuación pedida

$$y = 1{,}5x + 3{,}5$$

Hasta 1 punto por la resolución.

b) Un vector director de la recta r dada en forma implícita es $\vec{u} = (-3, 4)$.

Un vector director de la recta s dada en forma paramétrica es $\vec{v} = (8, 6)$.

El producto escalar de ambos vectores es

$$\vec{u}\,.\,\vec{v} = (-3, 4).(8, 6) = -3\,x\,8 + 4\,x\,6 = -24 + 24 = 0,$$

por lo que ambas rectas son perpendiculares y forman un ángulo de 90º.

Medio punto por cada uno de los dos vectores directores, medio por el producto escalar y el otro medio por el ángulo.

3. a) El dominio de f es todo R por ser un polinomio. Al ser un polinomio de coeficientes enteros, si tiene raíces enteras serán divisores del término independiente, así que podemos probar con -2, -1, 1 y 2. Hacemos Ruffini

C/ González Besada, nº 13
33007 Oviedo

T. 985 10 40 90 | 91 |92 Fax: 985 10 35 73
vice.estudiantes@uniovi.es
www.uniovi.es

	1	0	-3	2
-2		-2	4	-2
	1	-2	1	0

Luego -2 es raíz del polinomio y se tiene que $x^3 - 3x + 2 = (x + 2)(x^2 - 2x + 1)$. Además, $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$, por lo que 1 también es raíz (doble). Los puntos de corte con el eje OX son (-2, 0) y (1, 0). Como f(0) = 2, el punto de corte con el eje OY es (0, 2).

0,2 puntos por el dominio. 0,1 puntos por cada punto de corte con los ejes.

b) La función es continua en todo R por ser polinómica y por tanto no tiene asíntotas verticales. Usando que x^3 es un infinito de mayor orden que x, se tiene que

$$\lim_{x\to-\infty}(x^3 - 3x + 2) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}(x^3 - 3x + 2) = +\infty$$

y por tanto no hay asíntotas horizontales.

Además

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3 - 3x + 2}{x} = \lim_{x\to-\infty}\left(x^2 - 3 + \frac{2}{x}\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3 - 3x + 2}{x} = \lim_{x\to+\infty}\left(x^2 - 3 + \frac{2}{x}\right) = +\infty$$

y tampoco hay asíntotas oblicuas.

0,3 puntos por la continuidad y por descartar las asíntotas verticales. 0,6 por el comportamiento en el infinito. 0,6 puntos por descartar las asíntotas oblicuas.

c) Por la regla de derivación de las potencias y la de la suma, $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f''(x) = 6x$.

Se tiene que $f'(x) = 0$ si y solo si $3x^2 - 3 = 0$. Esta ecuación tiene dos soluciones:

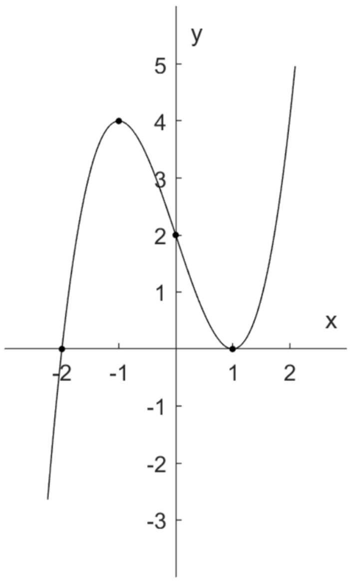
x = -1 y x = 1:

- En el intervalo $(-\infty,-1)$, $f'(x) > 0$, por lo que la función será estrictamente creciente.
- Se tiene que $f''(-1) = -6 < 0$ y en x = -1 la función alcanza un máximo relativo, con valor f(-1) = 4.
- En el intervalo (-1; 1), $f'(x) < 0$, por lo que la función será estrictamente decreciente.
- Como $f''(1) = 6 > 0$, la función alcanza un mínimo relativo en x = 1 con valor f(1) = 0.
- En el intervalo $(1,\infty)$, $f'(x) > 0$, por lo que la función será estrictamente creciente.

C/ González Besada, nº 13
33007 Oviedo
T. 985 10 40 90 | 91 |92 Fax: 985 10 35 73
vice.estudiantes@uniovi.es
www.uniovi.es

0,25 puntos por la derivada y 0.25 por la derivada segunda. 0,5 puntos por el estudio del crecimiento. 0,5 puntos por el máximo y el mínimo.

d)



Hasta 0,5 puntos por la gráfica correcta. Se podrá puntuar parcialmente una gráfica incorrecta si los errores se derivan de errores en los apartados anteriores y no entran en contradicción con ellos. Se podrá puntuar con 0 puntos una gráfica correcta si no viene apoyada por el estudio previo.

C/ González Besada, nº 13
33007 Oviedo

T. 985 10 40 90 | 91 |92 Fax: 985 10 35 73
vice.estudiantes@uniovi.es
www.uniovi.es